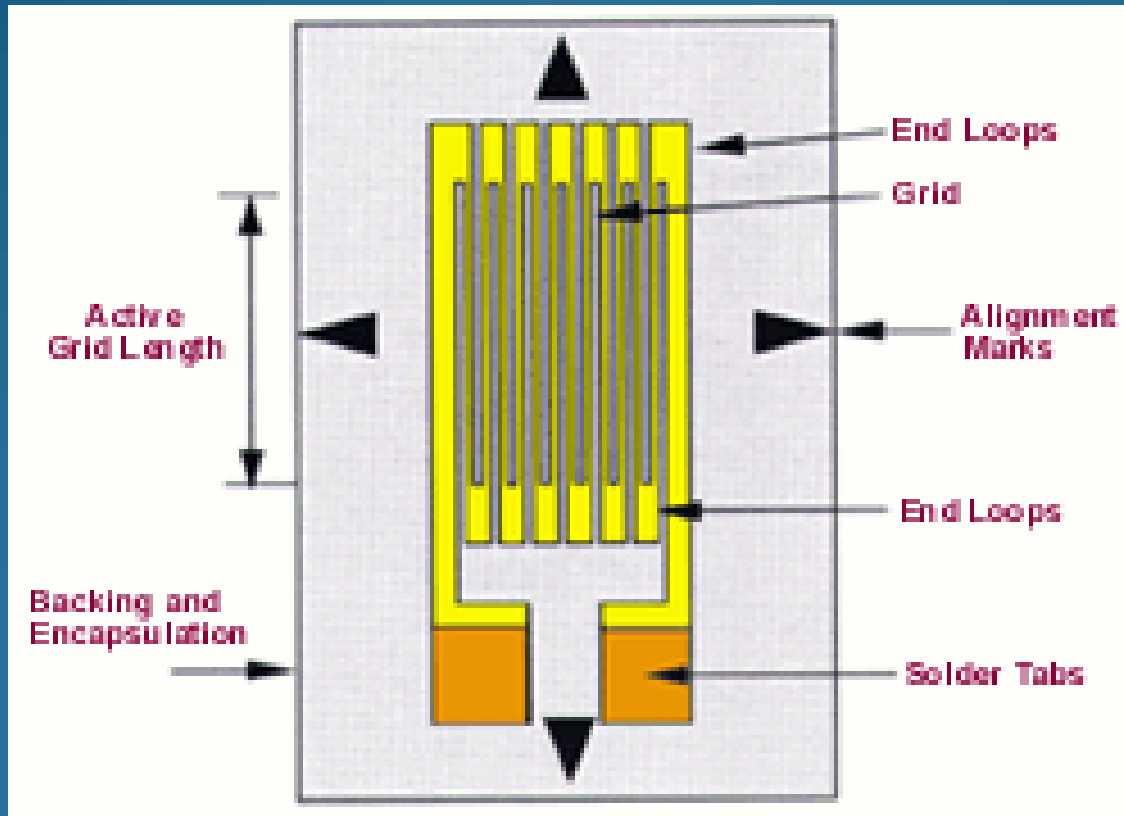


# מדידת כוח ותאוצה בעזרת מד מעוות

## Strain Gauge





# מה זה מעוות – Strain?

כאשר מופעל כוח על חלק כלשהו, הוא מתעוות:  
העיוות הנוצר הוא –

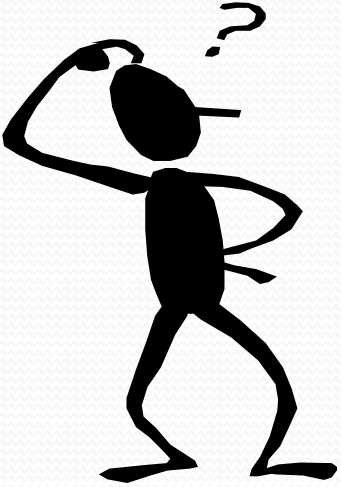
• התארכות והקטנת עובי – כאשר הכוח מותח את החלק

• התכווצות והגדלת עובי – כאשר הכוח לוחץ על החלק



המעוות של החלק בכיוון מסוים מוגדר כיחס בין שינוי גודל החלק בכיוון זה לגודל המקורי של החלק באותו כיוון:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$$



תרגיל: על חלק שאורכו המקורי 200 מ"מ, הופעל כוח מתיחה ואורכו השתנה ל 202 מ"מ חשבו את המעוות בחלק זה.

מדידת כוח ותאוצה בעזרת מד-מעוות מבוססת על הקשר שבין מידותיו של מוליך חשמלי להתנגדותו.

שלושה גורמים משפיעים על ההתנגדות של מוליך חשמלי :

- תכונת המוליכות של חומר המוליך – ההתנגדות הסגולית שלו  $\rho$  המוגדרת כהתנגדות מטר אחד של המוליך ששטח החתך שלו 1 ממ"ר.

- אורך המוליך –  $L$  : ככל שאורך המוליך גדול יותר כך גדלה ההתנגדות המוליך.

- שטח חתך המוליך –  $A$  : ככל ששטח החתך גדול יותר כך קטנה ההתנגדות המוליך.



אז מה הנוסחה המקשרת בין הגדלים?

$$R_{\Omega} = \rho_{\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}} \cdot \frac{L_m}{A_{mm^2}}$$

יש גם גורם רביעי המשפיע בעקיפין על ההתנגדות והוא טמפרטורת המוליך. במקרים בהם הדיוק אינו קריטי ניתן להתעלם מכך. בהמשך נראה שגם ניתן לבטל השפעה זו.

העובדה **ששינוי באורך מוליך (נגד) גורמת לשינוי בהתנגדותו** היא זו שעליה מבוססת המדידה בעזרת מדי מעוות.

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

התנגדות כל מוליך תלויה אם כך ב:  
מוליכותו הסגולית, אורכו ושטחו.

אם נתייחס רק לשינוי הנוצר במוליך נקבל את הקשר הבא:

$$\Delta R = \Delta \rho \cdot \frac{L}{A} + \Delta L \cdot \frac{\rho}{A} - \Delta A \cdot \rho \cdot L$$

נחלק את שני הצדדים ב  $R$  (בצד שמאל) וב  $\rho \cdot \frac{L}{A}$  (בימין)

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A} \quad \text{ונקבל:}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A}$$

במדי מעוות ניתן להתעלם מהשינוי בהתנגדות הסגולית מכיוון שתכונה זו אינה רגישה למעוות בחומר כך שנקבל את הביטוי הבא :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A}$$

מכיוון שהשינוי בשטח החתך קשור לשינוי בעובי המוליך וזה קשור לשינוי באורך המוליך (מקדם פואסון למי שהכיר זאת ממכאניקה הנדסית), אפשר להגיע לקשר בין השינוי היחסי בהתנגדות לשינוי היחסי באורך (המעוות) :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta L}{L} (1 + 2 \cdot \nu)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \varepsilon \cdot (1 + 2 \cdot \nu)$$

או בקיצור אם נקרא לגודל שבסוגריים Sa – רגישות המוליך

$$\frac{\Delta R}{R} = \varepsilon \cdot S_A$$

לסיכום: יש קשר ליניארי בין השינוי היחסי בהתנגדות למעוות של המוליך ועל כך מבוסס השימוש במדי מעוות.



אז מסתבר שיש קשר ישר (ליניארי) בין המעוות בתיל מוליך לשינוי היחסי של התנגדותו :

$$\frac{\Delta R}{R} = K \cdot \frac{\Delta l}{l_0} = K \cdot \varepsilon$$

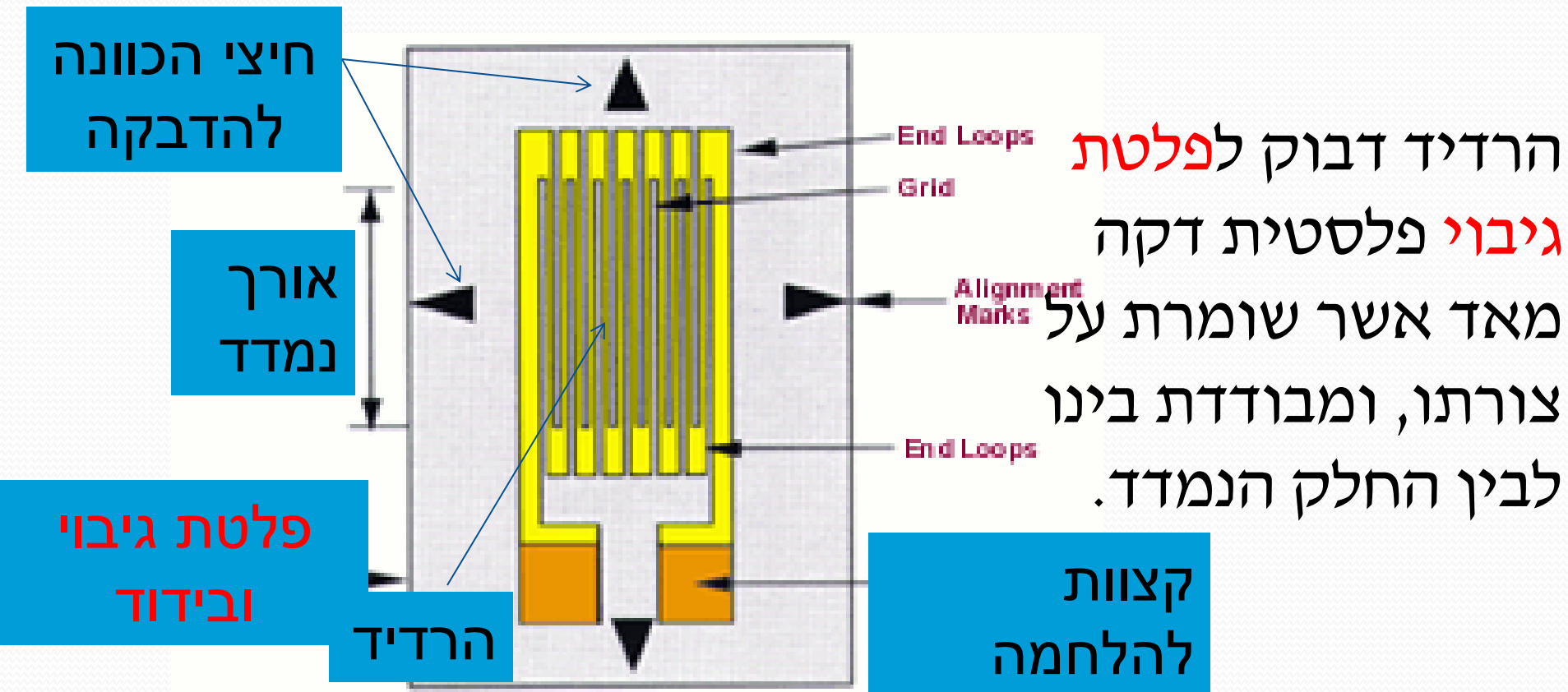
קשר זה נכון למרות שגם שינוי העובי משפיע, מכיוון ששינוי העובי פרופורציונאלי לשינוי בהתארכות כך שגם את שינוי העובי ניתן לבטא בעזרת השינוי בהתארכות.

הקבוע  $K$  הוא בעצם מקדם הרגישות של מד המעוות מכיוון שהוא שווה ליחס בין השינוי בהתנגדות היחסית לשינוי בהתארכות היחסית (המעוות).

קבוע זה מכונה גם – קבוע המדיד : Gage Factor

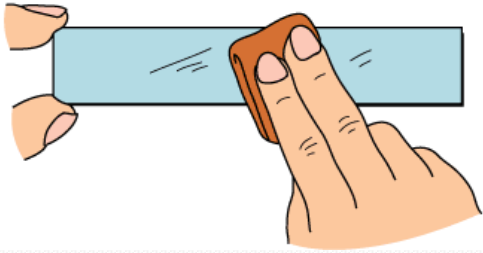
# מבנה מד המעוות

רוב מדי המעוות כיום הם מסוג של רדיד מתכתי : Metal Foil  
כלומר פלטה שטוחה דקה מאוד שבה נצרבה צורתו המיוחדת  
של החלק המוליך :



# אופן היישום

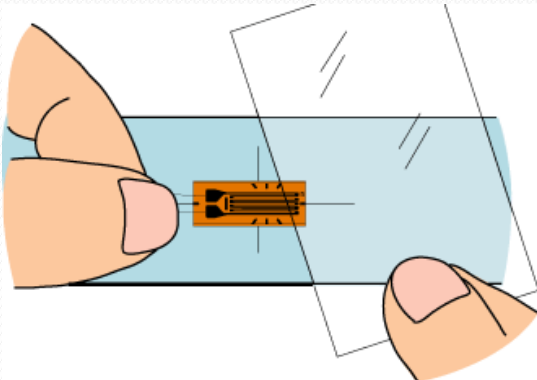
1. ניקוי יסודי של החלק הנמדד, להסרת לכלוך ושומנים.



2. יישום דבק מיוחד על המדיד

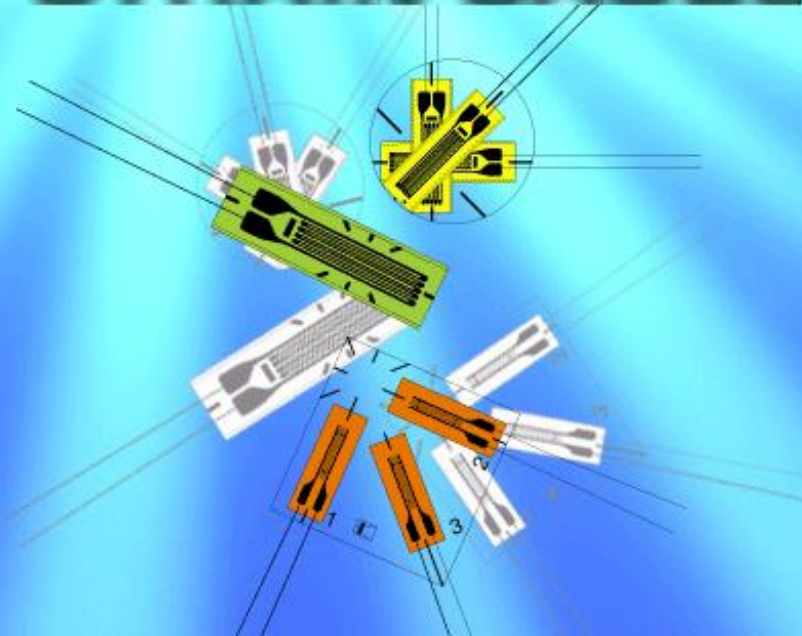


3. הדבקה בכיוון הרצוי (כדאי לסמן קודם על החלק את כיוון ההדבקה). ולחיצה בעזרת פלטה פלסטית.



לאחר מכן מלחימים את קצות המדיד למעגל האלקטרוני של המדידה. מעגל שתפקידו לקבל את השינוי היחסי בהתנגדות ולהמירו באות חשמלי מתאים.

## STRAIN GAGES



כדאי לדעת – יש צורות רבות של מדי מעוות, בחלקן משולבים מספר מדי מעוות ברדיד אחד (רוזטה), כך שניתן לקבל מדידות מעוות ממספר כיוונים בו זמנית.

כמובן שיש גם מדי מעוות במגוון אורכים המתאימים ליישומים שונים (מ 0.2 מ"מ עד 120 מ"מ).

# המרת השינוי בהתנגדות למתח חשמלי

## גשר ויטסטון

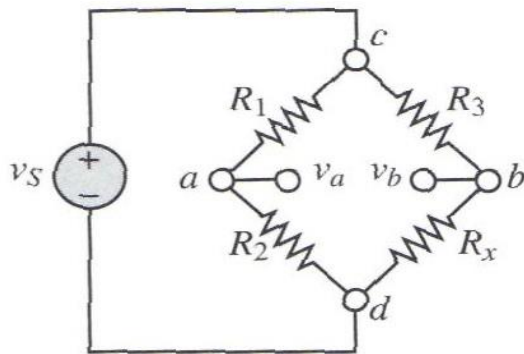
ראינו ששינוי במידת החלק כאשר מופעלים עליו כוחות גורם לשינוי בהתנגדות מד המעוות המודבק אליו. הבעיה היא שהמעוות המתקבל בחלקים הוא בד"כ קטן, וכתוצאה מכך השינוי בהתנגדות גם הוא קטן ומכשירי מדידה רגילים אינם מדויקים דיים כדי למדוד את השינוי.. כדי לקבל קריאות חשמליות בהתאם לשינוי ההתנגדות במדי המעוות משתמשים בד"כ במעגל החשמלי אותו הכרנו כבר :

**גשר ויטסטון.**

למרות שהשימוש בגשר ויטסטון כדי לחשב שינויי התנגדות כבר מוכר לנו מהיכרותנו את שימושם עם חיישני טמפרטורה, יש מס' דברים נוספים שכדאי לדעת עליו בהקשר עם מדי מעוות

בעוד שבעת שימוש בגשר עם מדי טמפרטורה היה החיישן תמיד ממוקם במקום אחד הנגדים בגשר, בשימוש במדי מעוות ניתן ולעתים אף נדרש למקם מדי מעוות גם במקום שניים שלושה ואף ארבעה נגדים של הגשר.

ננסה להבין מדוע, מתי ואיך יש לחבר מספר מדי המעוות לגשר ויטסטון.



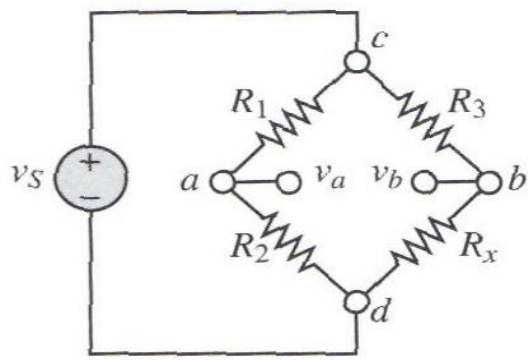
בגשר הבא: מה מתח המוצא אם כל הנגדים הם 120 אום ורק  $R_3 = 130$  אום?

$$V_{out} = V_{in} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = V_{in} \left( \frac{120}{240} - \frac{120}{250} \right) = 0.02 V_{in}$$

התוצאה חיובית. כלומר כשהנגד בעל ההתנגדות "שגדלה" נמצא ליד נקודת החיבור עם ה + מתח המוצא עולה כשהתנגדות של  $R_3$  גדלה.

בגשר הבא : מה מתח המוצא אם כל

הנגדים הם 120 אום ורק  $R_4 = 130$  אום?



$$V_{out} = V_{in} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = V_{in} \left( \frac{120}{240} - \frac{130}{250} \right) = -0.02 \cdot V_{in}$$

כלומר הגדלת ההתנגדות בנגד  $R_4$  יוצרת ירידה במתח המוצא  
הזהה בגודלה לעליה במתח המוצא שראינו במקרה הקודם.

בצורה דומה ניתן להראות שהגדלת  $R_1$  ל 130 תגרום להקטנת  
מתח המוצא ב  $0.02V_{in}$  והגדלת  $R_2$  ל 130 תגרום להגדלת  
מתח המוצא ב  $0.02V_{in}$

באופן כללי ניתן להוכיח (ע"י מניפולציות מתמטיות פשוטות )  
שהשינוי במתח המוצא יכול להירשם בצורה הבאה :

$$\Delta V_{out} = V_{in} \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \left( -\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$



$$\Delta V_{out} = V_{in} \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \left( -\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

בד"כ כשמשתמשים בגשר ויטסטון למדידת מעוות, כל ההתנגדויות בתחילה שוות (בד"כ 120 אום). והנוסחה הופכת

ל:

$$\Delta V_{out} = V_{in} \frac{1}{4} \cdot \left( -\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

נראה איך ניתן להשתמש בנוסחה שקיבלנו כדי להשיג מספר מטרות:

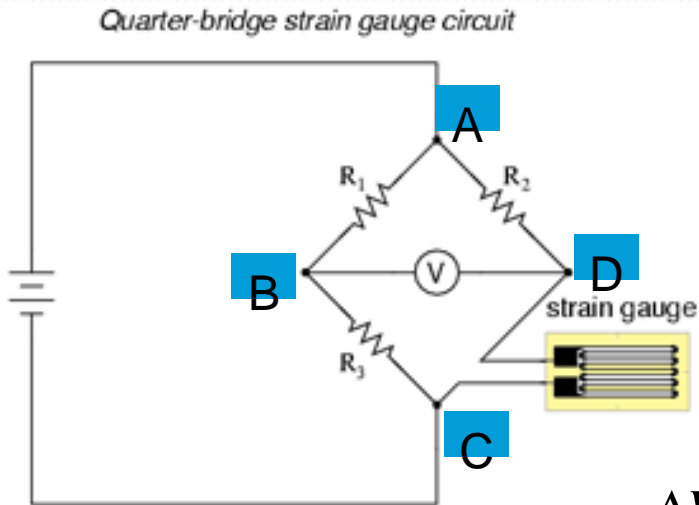
- א. הגדלת רגישות הגשר
- ב. ביטול השפעות טמפרטורה על מתח המוצא מהגשר



הצורה הפשוטה ביותר למדוד מעוות היא בעזרת מד מעוות אחד המחובר לגשר במקום אחד מנגדיו. לסידור כזה

קוראים: **רבע-גשר**.

במקרה זה שינוי מתח המוצא יהיה :



$$\Delta V_{out} = V_{in} \frac{1}{4} \cdot \left( -\cancel{\frac{\Delta R_1}{R_1}} + \cancel{\frac{\Delta R_2}{R_2}} + \cancel{\frac{\Delta R_3}{R_3}} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) = -\frac{1}{4} V_{in} \cdot GF \cdot \varepsilon_4$$

יתרונות רבע גשר : חיבור פשוט (מד מעוות אחד בלבד)

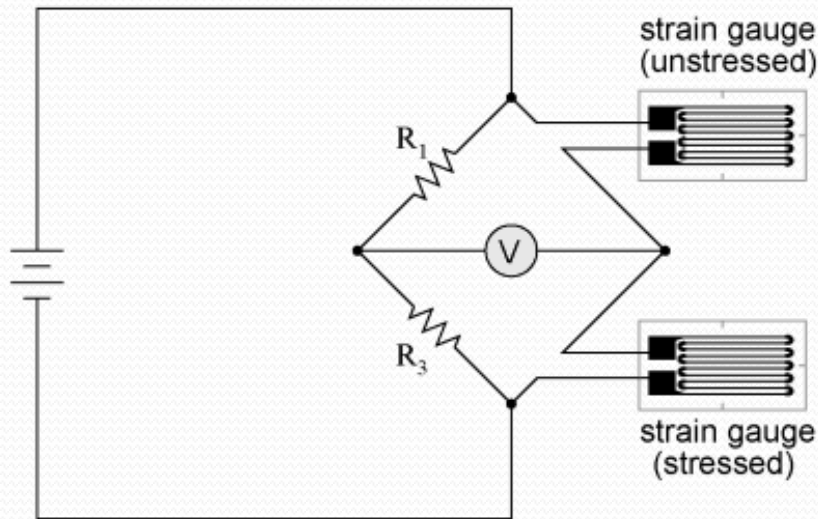
**חסרונות : רגישות נמוכה לשינוי בהתנגדות,**

**יש השפעה לטמפרטורת החיישן כי התנגדותו משתנה לא רק בגלל המעוות אלא גם בגלל הטמפרטורה.**

# ביטול השפעות טמפרטורה ע"י חצי גשר

אם רוצים לבטל את השפעת שינויי טמפרטורת המדיד על המוליכות שלו ניתן להשתמש במעגל הבא:

Quarter-bridge strain gauge circuit with temperature compensation



בו הוחלף נגד נוסף באותו ענף במד מעוות זהה. אך מד מעוות זה אינו מודבק לחלק המועמס כך שהתנגדותו משתנה רק בגלל הטמפרטורה. מכיוון ששני החיישנים חשים אותה טמפרטורה אך האחד מוסיף למתח המוצא והשני מפחית ממנו, כפי שראינו בנוסחה. מתבטלת השפעת הטמפרטורה

$$\Delta V_{out} = V_{in} \frac{1}{4} \cdot \left( -\cancel{\frac{\Delta R_1}{R_1}} + \cancel{\frac{\Delta R_2}{R_2}} + \frac{\Delta R_{3T}}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) = -\frac{1}{4} V_{in} \cdot GF \cdot \varepsilon_4$$

לסידור זה קוראים "חצי גשר" עם חיישן דמה - Dummy gage

יתרונות חצי גשר : אין השפעת טמפרטורה על קריאות  
המעוות. לכן הוא שימושי במקרים בהם המדידות נעשות  
בתנאי טמפרטורה המשתנים באופן ניכר.

חסרונות : רגישות נמוכה לשינוי בהתנגדות, צורך בשני  
חיישנים.

# ביטול השפעות טמפרטורה והכפלת הרגישות ע"י חצי גשר

אם נדביק את מד המעוות הנוסף כך שעיוותו יהיה זהה לזה של מד המעוות הראשון אך הפוך בכיוונו (התכווצות) גם נבטל

את השפעת הטמפרטורה וגם

נכפיל את רגישות הגשר. כלומר

נקבל מוצא כפול בגודלו עבור

אותו מעוות

לסידור כזה קוראים :

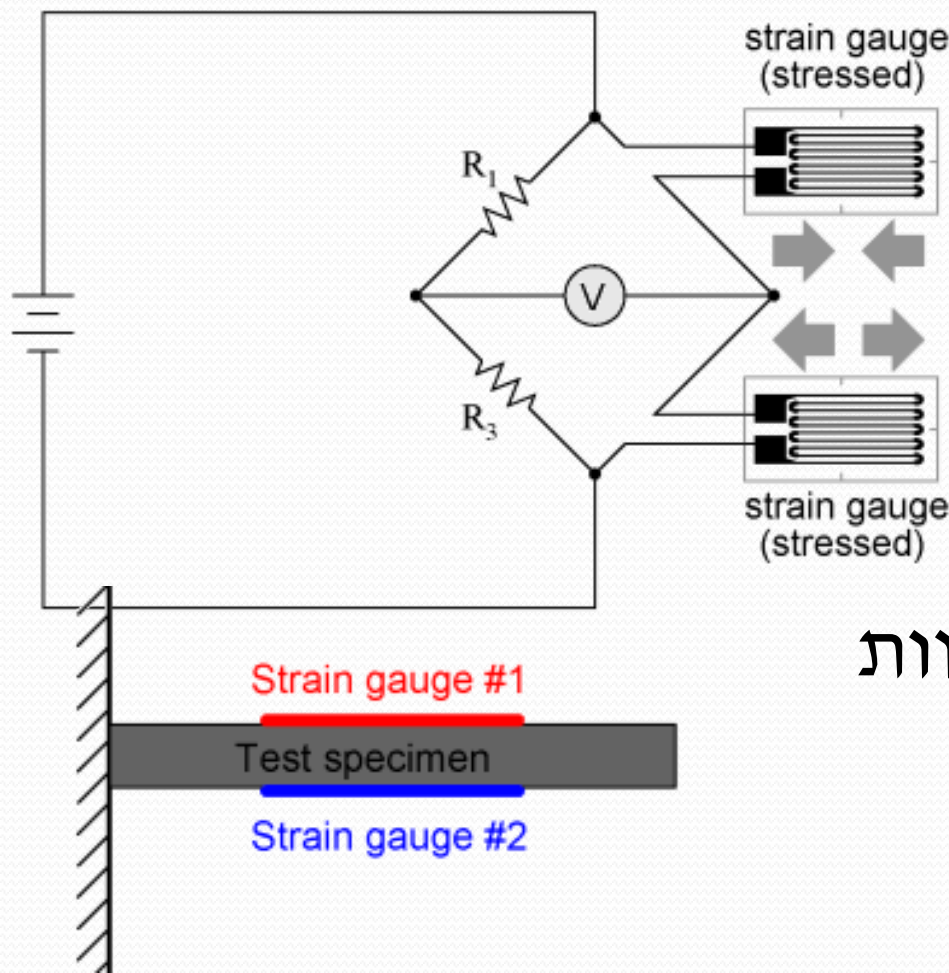
**חצי גשר**

כך מדביקים למשל שני מעוות

בצורה שהאחד נמתח והשני

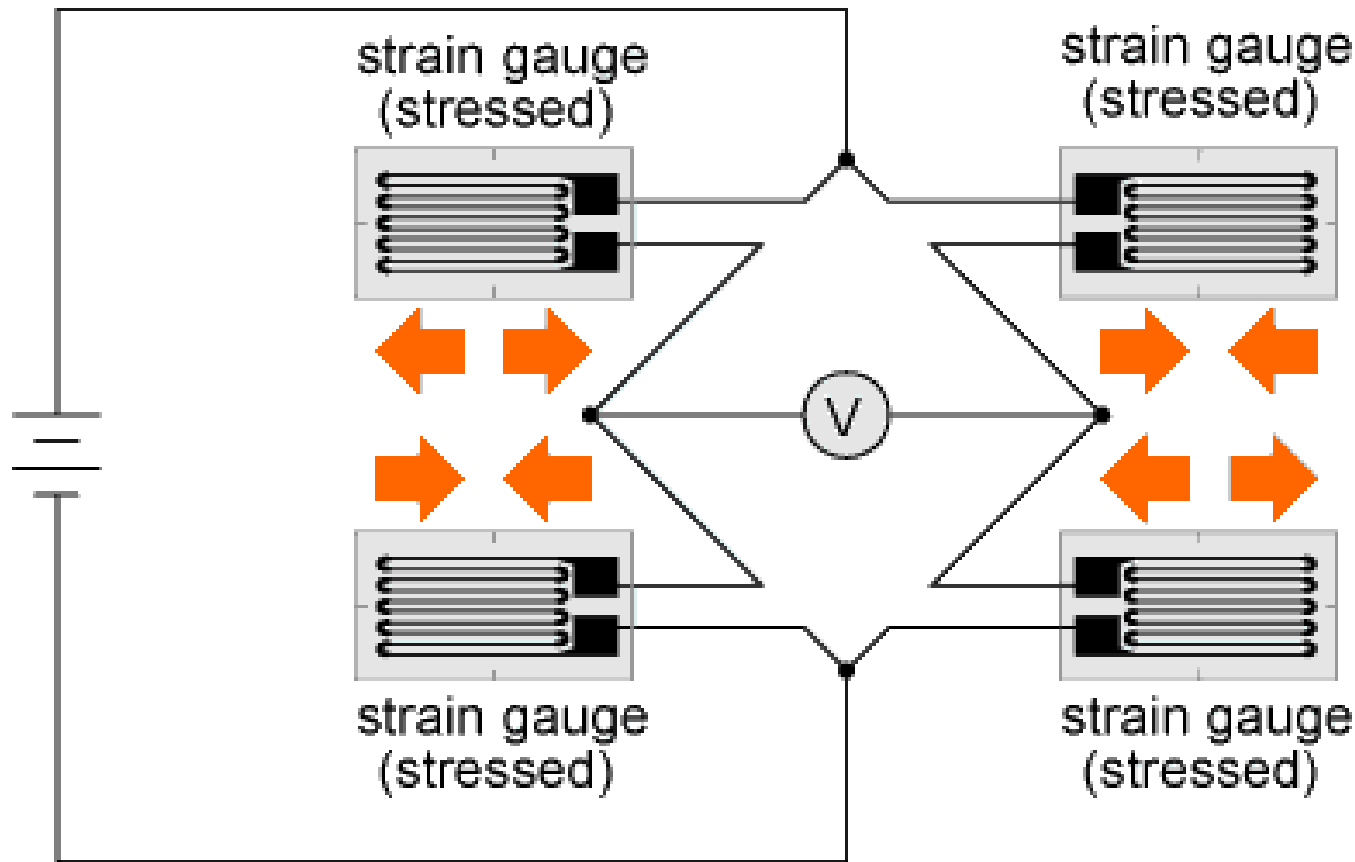
מתכווץ באותו שיעור.

Half-bridge strain gauge circuit



והמעגל האחרון הוא **הגשר המלא** שבו כל ארבעת הנגדים הם  
מדי מעוות. חיבור כזה מגדיל את הרגישות פי 4 ומבטל  
השפעת טמפרטורה

*Full-bridge strain gauge circuit*



לשימוש בגשר מלא יש יתרון נוסף על השימוש ברבע גשר או  
בחצי גשר.

בעוד שברבע וחצי גשר מתח המוצא אינו בדיוק ליניארי ביחס  
לשינוי במעוות, בגשר מלא המתח כן פרופורציונאלי למעוות.

משמעות הדבר היא שקל יותר להמיר (לחשב) את המעוות  
מתוך קריאות המתח, כאשר משתמשים בגשר מלא.

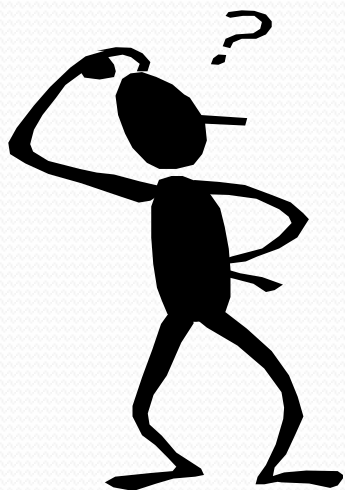
# ומה עם כוח ותאוצה?

ראינו שמדי מעוות משנים את התנגדותם בגלל שינוי מידות המדיד, כאשר החלק אליו הוא מוצמד מתארך או מתכווץ. כלומר ניתן למדוד בעזרתם את שינויי המידות של החלק.

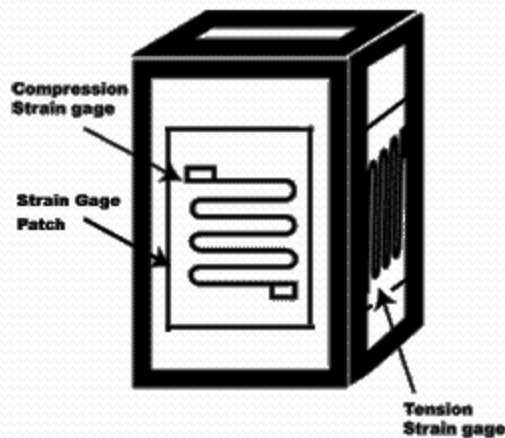
**אך כיצד ניתן למדוד בעזרתם כוח או תאוצה?**

התשובה לכך היא פשוטה:

במתיחה/לחיצה יש קשר ישיר בין הכוח למעוות שנוצר בחלק ולכן אותה מדידה יכולה לתת מידע גם על הכוח שגרם למעוות הנמדד.



ראינו שמדי מעוות משנים את התנגדותם בגלל שינוי מידות המדיד, כאשר החלק אליו הוא מוצמד מתארך או מתכווץ. כלומר ניתן למדוד בעזרתם את שינויי המידות של החלק. מדי כוח המבוססים על מדי מעוות, מכילים לכן רכיב שהכוחות אותם הוא מיועד למדוד (טווח המדידה שלו) מעוותים באופן ניכר. לרכיב מוצמד מד מעוות (או כמה) ודרך גשר ויטסטון אליו מחובר המדיד מועבר המידע אל הבקר/מכשיר המדידה.



אנימציה של מד כוח עם מדי מעוות.



# נתונים טכניים חשובים

בעת בחירת מד המעוות המתאים ביותר ליישום כלשהו, יש להתחשב בגורמים הבאים :

1. סוג החומר ממנו עשוי החלק הנמדד (ישפיע על גודל המדיד המינימאלי ועל אופן ההדבקה).

2. טמפרטורת הסביבה (עבור טמפרטורות קיצוניות יש לבחור מדידים מיוחדים).

3. רמת הדיוק הדרושה (למדידים שונים יש רגישות שונה, ורמת דיוק שונה).

4. סוג העומס על החלק : סטטי?/דינאמי?

5. התנגדות מד המעוות (חשוב כדי להתאימו לגשר ויטסטון).